測圓海鏡細草

重刻測圓海鏡細草序

測圓海鏡何爲而作也所以發揮立天元一之術也算數之書九章尚已少廣著開方之法方程別正負之用立天元一者融會少廣方程而加精焉者也李敬齋自序稱老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而鄉之病我者使爆然落去而無遺餘葢其精心孤詣積累數十年而後能神明變化無不如志若此洎乎明代算學衰歇顧箬溪應祥作測圓海鏡分類釋術測圓算

術等書以立天元一無下手之處每章輒刪去細草而但演開帶從諸乘方法舍其本而求其末不知妄作之罪應祥實無可辭焉

國朝梅文穆公肆業

蒙養齋親受

聖祖仁皇帝指示算法始悟西人所譯借根方即古立天元一之術流入彼中者於所著赤水遺珍中論之甚悉於是立天元術又得章明文穆之功斯為鉅矣其為術也廣大精微無所不包

大之而躔離度數小之而米鹽淩雜凡它術所能御者立天元皆能御之它術所不能御者立天元獨能御之自古天文家若元郭太史守敬所造授時術中法號爲最密而其求周天弧度以三乘方取矢亦用立天元術載在授時術草者可覆而按則其爲用亦神矣哉以元論之又非獨如是已也今歐邏巴本輪均輪橢圓地動諸法其密合無以加矣原其推步之密由於測驗測驗既精濟以算術則有弧三角法所以算

弧三角者則有八線表所以立八線表者則先求六等邊四等邊以至十八十四等邊其求十八等邊十四等邊二法則用益實減實歸除所謂益實減實歸除者究其實卽借根方借根方卽立天元一然則西法之精符天象獨冠古今亦立天元術有以資之也試以是書所列一百七十問反覆研究考之於二千年以來相傳之五曹孫子諸經蓋無以逾其精深又證之以數萬里而外譯譔之同文算指諸編實不足擬其

神妙而後知立天元者自古算家之祕術而海鏡者中土數學之寶書也惜流傳之本不可多得元視學浙江從文瀾閣四庫全書中鈔得一本寧波教授丁君小雅杰又以所藏舊本見贈但通之者鮮細草多譌因屬元和李君尚之銳算校一過其文字隱奧難曉及立術於率不通者李君又雜記數十條於書之上下方蓋敬齋此書爲數百年絕學元知學友中惟尚之獨能明之其精通妙悟

卽今之敬齋也且其所以發明古人之術闡繹
聖祖之言者爲功亦鉅矣哉歙縣鮑君以文廷博
請以是書刊入知不足齋叢書第二十集卽以
畀之及其刻成而爲序之如此
嘉慶三年正月乙酉內閣學士兼禮部侍郎
文淵閣直閣事儀徵阮元序

測圓海鏡序

數本難窮吾欲以力強窮之彼其數不惟不能得其凡而吾之力且憊矣然則數果不可以窮耶既已名之數矣則又何爲而不可窮也故謂數爲難窮斯可謂數爲不可窮斯不可何則彼其冥冥之中固有昭昭者存夫昭昭者其自然之數也非自然之數其自然之理也數一出於自然吾欲以力強窮之使隸首復生亦末如之何也已苟能推自然之理以明自然之數則雖

遠而乾端坤倪幽而神情鬼狀未有不合者矣余自幼喜算數恆病夫考圜之術例出於牽強殊乖於自然如古率徽率密率之不同截弧截矢截背之互見內外諸角析剖支條莫不各自名家與世作法及反覆研究卒無以當吾心焉老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而嚮之病我者使爆然落去而無遺餘山中多暇客有從余求其說者於是乎又爲衍之遂累一百七十問既成編客復目之測圜海鏡蓋取夫天臨

海鏡之義也昔半山老人集唐百家詩選自謂廢日力於此良可惜明道先生以上蔡謝君記誦爲玩物喪志夫文史尚矣猶之爲不足貴況九九賤技能乎嗜好酸鹹平生每痛自戒赦竟莫能已類有物憑之者吾亦不知其然而然也故嘗私爲之解曰由技兼於事者言之夷之禮夔之樂亦不免爲一技由技進乎道者言之石之斤扁之輪非聖人之所與乎覽吾之編察吾苦心其憫我者當百數其笑我者當千數乃若

吾之所得則自得焉耳寧復爲人憫笑計哉

戊申秋九月晦日欒城李冶序

測圓海鏡目錄

測圓海鏡細草卷第一

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

圓城圖式

天 旦 日 坤 巽 月 南 山 泛 朱 金 川 東 青 心 西 地 夕 艮 泉 北 乾

總率名號

天之地爲通弦　天之乾爲通股

乾之地爲通勾

天之川爲邊弦　天之西爲邊股

西之川爲邊勾

日之地爲底弦　日之北爲底股

北之地爲底勾

天之山爲黃廣弦　天之金爲股即股方差

也

金之山爲勾

月之地爲黃長弦　月之泉爲股

泉之地爲勾即勾方差也

天之日爲上高弦　天之旦爲股

旦之日爲勾

日之山爲下高弦　日之朱爲股

朱之山爲勾

月之川爲上平弦　月之青爲股

青之川爲勾

川之地爲下平弦　川之夕爲股

夕之地爲勾

天之月爲大差弦　天之坤爲股

坤之月爲勾

山之地爲小差弦　山之艮爲股

艮之地爲勾

日之川爲皇極弦　日之心爲股

心之川爲勾

月之山爲太虛弦　月之泛爲股

泛之山爲勾

日之月爲明弦　日之南爲股

南之月爲勾

山之川爲東弦　山之東爲股

東之川爲勾

今問正數

通弦六百八十　勾三百二十　股六百

勾股和九百二十較二百八十

勾弦和一千較三百六十

股弦和一千二百八十較八十

弦較和九百六十較四百

弦和和一千六百較二百四十

邊弦五百四十四　勾二百五十六　股四百八十

勾股和七百三十六較二百二十四

勾弦和八百較二百八十八

股弦和一千〇二十四較六十四

弦較和七百六十八較三百二十

弦和和一千二百八十較一百九十二

底弦四百二十五　勾二百　股三百七十五

勾股和五百七十五較一百七十五

勾弦和六百二十五較二百二十五

股弦和八百較五十

弦較和六百較二百五十

弦和和一千較一百五十

黃廣弦五百一十　勾二百四十即城徑也

股四百五十卽股方差也

勾股和六百九十較二百一十

勾弦和七百五十較二百七十

股弦和九百六十較六十

弦較和七百二十較三百

弦和和一千二百較一百八十

黃長弦二百七十二　勾一百二十八卽勾方差也　股二百四十卽城徑也

勾股和三百六十八較一百一十二

勾弦和四百較一百四十四

股弦和五百一十二較三十二

弦較和三百八十四較一百六十

弦和和六百四十較九十六

高弦二百五十五上下同　勾一百二十即半

徑也　股二百二十五

勾股和三百四十五較一百〇五

勾弦和三百七十五較一百三十五

股弦和四百八十較三十

弦較和三百六十較一百五十

弦和和六百較九十

平弦一百三十六同上下　勾六十四　股一百二十即半徑也

勾股和一百八十四較五十六

勾弦和二百較七十二

股弦和二百五十六較一十六

弦較和一百九十二較八十

弦和和三百二十較四十八

大差弦四百〇八　勾一百九十二　股三
百六十
勾股和五百五十二較一百六十八
勾弦和六百較二百一十六
股弦和七百六十八較四十八
弦較和五百七十六較二百四十
弦和和九百六十較一百四十四
小差弦一百七十　勾八十　股一百五十
勾股和二百三十較七十

勾弦和二百五十較九十

股弦和三百二十較二十

弦較和二百四十較一百

弦和和四百較六十

皇極弦二百八十九　勾一百三十六　股二百五十五

勾股和三百九十一較一百一十九

勾弦和四百二十五較一百五十三

股弦和五百四十四較三十四

弦較和四百〇八較一百七十
弦和和六百八十較一百〇二
太虛弦一百〇二　勾四十八　股九十
勾股和一百三十八較四十二
勾弦和一百五十較五十四
股弦和一百九十二較一十二
弦較和一百四十四較六十
弦和和二百四十較三十六
明弦一百五十三　勾七十二　股一百三

十五

勾股和二百〇七較六十三

勾弦和二百二十五較八十一

股弦和二百八十八較一十八

弦較和二百一十六較九十

弦和和三百六十較五十四

重弦三十四　勾一十六　股三十

勾股和四十六較一十四

勾弦和五十較一十八

股弦和六十四較四

弦較和四十八較二十

弦和和八十較一十二

識別雜紀

天之於日與日之於心同心之於川與川之於地同

日之於心與日之於山同故以山之川爲小差（鋭案股弦較曰小差此小差謂皇極弦上股弦較）川之於心與川之於月同故以月之日爲大差（鋭案勾弦

較曰大差此大差謂皇極弦上勾弦較

明勾重股相得（銳案）相得卽相乘名爲內率求虛積

明股重勾相得名爲外率求虛積　虛

勾虛股相得名爲虛率求虛積

凡勾股和卽弦黃和（銳案）弦和較曰黃亦曰黃方卽內容圓徑也

凡大差卽股黃較　凡小差卽勾黃較

高股平勾差名角差又名遠差　此數卽高

平二差共也又爲明和重和較也又爲通差內去

極差又爲極差虛差共　明重二差共名次差又名

近差又名戾(音列)和　此數又爲明大差東小差較也　勾圓差之股股圓差之勾相併名混同和　此數又爲一徑一虛弦共也　明東二差較名傍差　此數又爲高平二差較又爲極雙差內滅虛和(銳案勾弦差股弦差共曰雙差)又爲極弦內滅城徑也　虛差不及傍差名蓌(音剉)差　此數又爲大差差內去角差又爲極差內去二之平差又爲次差內去小差差又爲明股東勾共內去二

之明勾也［銳案］於新設第一率則傍差不及虛差名蔑差此數又爲角差內去大差差又爲二之平差內去極差又爲小差差內去次差又爲二之明勾內去明股叀勾共也［新率附本卷末］虛差旁差共名蔑和

凡大小差相乘爲半段徑冪大差勾小差股相乘亦同上

虛勾乘大股得半段徑冪虛股乘大勾亦同上

邊股叀股相乘得半徑冪明勾底勾相乘亦同上

黃廣股黃長勾相乘爲徑冪

高股平勾相乘得半徑冪

明弦明股併與叀弦叀勾併相乘得半徑冪明弦明勾併與叀弦叀股併相乘亦同上

高弦平弦相乘為一段皇極積　明勾

東股相乘倍之為一段太虛積明股東勾亦同

右諸雜名目

通弦上勾股和即一城徑一通弦也其較即

勾圓差股圓差較也　勾弦和即二勾一

大差其較則大差也　股弦和即二股一

小差其較則小差也　弦較和為一徑三

差共其較則大勾小差共也　三事和即

邊弦三事和上帶大勾也又為底弦三事

和上帶大股也其較則城徑也
邊弦上勾股和爲通股平弦共其較則大差
股內去平弦也　勾弦和卽通股底勾共
其較則明股明弦共也　股弦和卽通股
通弦和內少个邊勾也其較則平勾也
弦較共爲大差上股弦和其較則大勾也
三事和卽通弦上股弦和又爲黃廣三
事和上帶勾圓差也其較則大差勾也又
爲平弦上弦較和又爲太虛弦上股弦和

也
底弦上勾股和爲通勾高弦共其較則高弦
內去小差勾也　勾弦和爲通勾上弦較
較與高股共其較則高股也　股弦和爲
半个通弦上三事和其較則東弦上勾弦
和也　弦較和爲大差上勾弦和也其較
則小差上勾弦和也　三事和卽通弦上
勾弦和又爲黃長三事和上帶股圓差其
較則小差股也又爲高弦上弦較較又爲

太虛弦上勾弦和

黃廣弦上勾股和爲大股虛股共又爲通勾通股共內少个小差上勾股和其較則兩个高差也　勾弦和爲二高弦一圓徑共其較則二明股也　股弦和爲通弦上弦較和其較則二東股也　弦較和卽兩个大差股也其較卽兩个小差股也　三事和卽兩大股也其較則兩虛股也

黃長弦上勾股和爲大勾虛勾共又爲通和

內少个大差上勾股和也其較則兩个平

差也　勾弦和爲通弦上弦較較其較則

兩个明勾也　股弦和爲二圓徑二重勾

其較則二重勾也　弦較和爲兩个大差

勾也其較則兩个小差勾也　三事和爲

兩大勾其較則兩虛勾也

高弦上勾股和爲高弦虛股共又爲一徑及

高勾高股差也其較則底弦內減大勾也

又爲邊股內減底股也　勾弦共則底股

其較則明股也　股弦共即邊股其差則
叀股也　弦較共則大差其較則小差股
也　三事和即大股其較則虛股也又爲
小差上勾弦較又爲明弦上弦較較
平弦上勾股共即平弦虛勾共也其較則大
股內減邊弦也　勾弦共即底勾其差則
明勾也　股弦共即邊勾其較則叀勾也
弦較共即大差勾其較則小差也　三
事和即大勾其較則虛勾也又爲大差上

股弦較又為重弦上弦較和

大差上勾股和即大股內去虛勾其差則大差弦內去圓徑也　勾弦共即大股其差則大差股內去二之明勾也　股弦和為大股上加个大中差也案大中差乃明股弦和與半徑之較謹案勾股較曰中差大中差即大差弦上勾股較較舊案誤其較則虛勾也　弦較和為兩个邊弦上勾弦較其較即城徑也　三事和即股與股圓差共又為大弦大較共又為二邊股其較則太

虛上弦較和也

小差上勾股和卽大勾內去虛股也其較則圓徑內去小差弦也　勾弦和爲大勾上減个小中差也〔案〕小中差乃東勾弦和與半徑之較〔銳案〕小中差卽小差弦上勾股較舊案誤　其較則虛股也　股弦共卽大勾其較則小差勾內去兩个東股也

弦較和爲圓徑其較則爲兩个底弦上股弦較又爲兩个東弦上勾弦和也　三事和卽勾與勾圓差共也又爲大弦大較

較（案即通弦上弦較較）又為二底勾其較則太虛上

弦較較也

皇極勾股和即高弦平弦共其較則明股內

去東勾也　勾弦共即底弦其較則明弦

也　股弦共則邊弦其較則東弦也　弦

較和為高弦明弦共又為大股內減大差

勾又為大差弦其較則小差弦也　三事

和即通弦其較則太虛弦也又為明勾東

股共又為高弦內減明弦又為平弦內減

東弦又爲大差勾上減虛股又爲小差股上減虛勾也

太虛勾股和卽圓徑內減虛弦又爲虛弦虛黄方共又爲皇極弦內去明股東勾共其差則大差勾內減个小差股也　勾弦共卽小差股也其較則虛股內減个小黄方也　股弦共卽大差勾其較則虛勾內減个小黄方也　弦較和爲大差弦上弦和較又爲黄長弦上勾弦較又爲兩个明勾其

較則小差弦上黃方面也　三事和卽大黃方其較則爲兩个明弦上股弦較又爲叀弦上兩个勾弦較又爲明弦上小差與叀弦上大差其也

明弦勾股和卽大差內減明弦其較則明弦內減虛股也　勾弦併卽高股其較則高股內少二之明勾也　股弦和卽邊股內減大差勾又爲邊勾邊弦差其較則半个虛黃方也　弦較和卽大差上勾弦較其

較則虛股也　三事和卽股圓差其較則太虛上勾弦較又爲虛股內減虛黃方也

叀弦上勾股和卽小差內減叀弦其較則虛勾內減叀弦也　勾弦和卽底勾內減小差股又爲底股底弦差其較則半个虛黃方也　股弦和卽平勾其較則平勾內少兩个叀股也　弦較和卽虛勾其較則小差上股弦較也　三事和卽勾圓差其較則太虛上股弦較又爲虛勾內減虛黃方

也

前黃廣勾股下　其勾股較又爲大差上少个小差股又爲中差（案中差係通勾股較）內少个小差較又爲黃廣股內少一徑　勾弦共又爲兩个底股又爲大股與小差股共股弦和又爲大弦中差共又爲兩个邊股

股弦差又爲小差上黃方面

前黃長勾股下　其勾股較又爲大差勾上少个小差也又爲圓徑內少个黃長勾

勾弦共又爲兩个底勾又爲大勾與小差
勾共　勾弦較又爲大差上黄方面　股
弦共又爲兩个邊勾

右五和五較

大弦爲大勾與股圓差共又爲大股與勾圓
差共　邊弦乃邊股平勾共又爲大股內
減平弦上勾股較　底弦乃底勾高股共
又爲大勾內加一个高差　黄廣弦爲大
股內減虚股又爲邊股重股共　黄長弦

乃大勾內減虛勾又爲底勾明勾共　高
弦乃大差弦內減明弦又爲明弦虛弦共
平弦乃小差弦內減叀弦又爲叀弦虛
弦共　大差弦乃大股內減大差勾又爲
高弦明弦共又爲大弦內去黃長弦　小
差弦爲大勾內減小差股又爲平弦叀弦
共又爲大弦內去黃廣弦　極弦乃高股
平勾共又爲平弦明弦共又爲高弦叀弦
共又爲大差弦內減高平二弦較又爲小

差弦內加高平二弦較　虛弦乃皇極黃
方面又爲明勾東股共又爲高弦內減明
弦又爲平弦內減東弦　明弦乃高弦內
減虛弦　東弦乃平弦內減虛弦
黃廣弦黃長弦相併爲大弦虛弦共也以此
數減於大和餘即虛和　若以二弦相減
餘即虛弦平弦共也〔案〕虛弦平弦共此題數偶合當云二極差
〇〔銳〕案此數偶合於新設四率俱不通　黃廣弦又爲大差
弦虛弦共　黃長弦又爲小差弦虛弦共

以黃長弦減於大勾餘卽虛勾　以黃廣弦減於大股餘卽虛股

邊弦底弦相併爲大弦皇極弦共也於此併數內減大和餘爲皇極弦內減圓徑也

若以二弦相減餘卽皇極差也此數同者最多故又爲皇極弦內少个小差弦又爲高弦平弦較又爲明股內少叀勾又爲大差弦內少皇極弦又爲次差虛差共也

邊弦又爲皇極股弦共又爲黃廣弦叀弦

共　底弦又爲皇極勾弦共又爲黃長弦明弦共也　以邊弦減大股餘爲半徑內減平勾又爲平弦內減小差也　底弦內減大勾餘爲高股內減半徑又爲大差內減高弦也

黃廣弦內減邊股卽東股　黃長弦內減底勾卽明勾也

高弦高股共卽邊股　平弦平勾共卽底勾

高弦高勾共卽底股　平弦平股共卽

邊勾

上高弦減於通股餘卽邊股內減明股也

下平弦減於通勾餘卽邊勾內減明勾也

高弦平弦相併卽大弦內少个皇極弦也若以相併數減於大和餘爲皇極弦圓徑其也　高弦平弦相減餘卽皇極差也又爲皇極弦上減小差弦也若以相減數却加於相併數卽黃廣弦也

高弦內減明股得半徑　平弦內減重勾亦

同上

皇極勾上加明弦爲皇極弦　皇極股上加

東弦亦同上

皇極弦　得極勾卽底弦　得極股卽邊弦

內去極勾卽明弦　去極股卽東弦

減於通弦卽極和　得虛弦亦同上　內

去虛弦卽明弦東弦共　去虛黃卽明和

東和共也　去城徑卽傍差　內加極差

卽大差弦　去極差卽小差弦　加角差

即兩个高股　減角差即二平勾
太虛弦　加入極弦爲極和　極弦內去之
即明叀二弦共　再去之則明大差叀小
差併也　加於大差弦即黃廣弦　加於
小差弦即黃長弦　內去明勾則叀股
加明勾爲圓徑內少虛黃叀股共　加入
明股爲明和叀股共　減於明股即明較
內去叀股（銳案於新設第一率則內減明股即叀股內去明較）　加
入明弦爲極股　減於明弦爲明大差叀

小差內少个叀弦（銳案於新設第一率則太虛弦卽明弦明大差叀小差共卽叀弦）加於明和卽兩个虛弦一个高差共也　減於明和卽高差也　內去叀勾卽明勾叀較共又爲叀股平差共

加於叀勾卽叀和明勾共　加於叀股爲二虛弦內少明勾又爲圓徑內少虛黃明勾共　內減叀股卽明勾　內加叀弦卽極勾　內減叀弦爲明勾內少个叀小差

加入叀和卽兩个虛弦內少个平差也

內減重和卽平差也　加入明重二和共卽極和內少个虛黃也　若減於明重二和共卽明股重勾共也　減於高弦卽明弦減於平弦卽重弦加於角差卽二明勾一極差共　減於角差卽一極差二重股較也（銳案於新設第一率則內減角差卽一極差二重股較也）得傍差卽明股重勾共　內減傍差卽虛三事和內去了極雙差也（銳案於新設第三第四率則減於旁差卽極雙差內去了虛三事和也）　內加虛差卽二明勾

內減虛差卽二重股　內加虛黃方卽
虛和　內減虛黃方卽虛積大小差併也
右諸弦
大差弦小差弦共卽兩个極弦也以兩个極
差爲之較　大差差小差差共卽兩个極
差也以兩个傍差爲之較　大差上大差
小差上大差共卽兩个明弦也以兩个明
差爲之較　大差上小差小差上小差共
卽兩个重弦也以兩个重差爲之較　大

差黃案明勾即二小差黃案重股即兩數共即兩个

極黃案虛弦即二也以兩个虛差爲之較　大

差勾小差勾共即兩个極勾也以兩个平

差爲之較　大差股小差股共即兩个極

股也以兩个高差爲之較　二和共爲二

極和以二角差爲之較

大差上弦較較即圓徑　小差上弦較和亦

同上　大差上小差即虛勾　小差上大

差即虛股也　大差弦與明勾共即邊股

小差弦與東股共即底勾也　大差弦
內減中差即黃長勾（案）勾應作股　小差弦內
加中差即黃廣股也（案）股應作勾○（銳案）此二案竝非蓋正文本不誤也　大股內減小差股即黃廣股　大
勾內減大差勾即黃長勾也　虛弦得虛
股即大差勾　虛弦得虛勾即小差股也
明段弦較和即大差上勾弦較　明段
弦較較即小差上勾弦較也　東段弦較
和即大差上股弦較　東段弦較較即小

差上股弦較也　大差勾內減虛弦餘卽
虛股　小差股內減虛弦餘卽虛勾也
以大差和減大股卽虛勾　以小差和減
大勾卽虛股也　以大差差減圓徑卽明
勾此差若多於圓徑則內減圓徑餘卽虛
勾也〔案〕此條因題數偶合而誤若勾股差甚大甚小者皆不能合〔銳案〕於新設第一率以大差差減圓徑不得明勾於新設第三第四率以圓徑減大差差亦不得虛勾於新設第二率以圓徑減大差差正得虛勾此新設第二率卽卷第十一第十一問所用之率故云然　以小差差減圓徑卽小差

弦也　大差弦上加一徑卽大股上加虛

勾也　小差弦上加一徑卽大勾上加虛

股也　大差股內減高弦餘卽高股內減

半徑　平弦內減小差勾餘卽半徑內減

平勾也　大差差內減虛差卽二明差

小差差內減虛差卽二叀差也

大弦內減大小差共卽圓徑　三事和內減

二之大小差共卽三个圓徑也

大差勾小差股相併名混同和卽一圓徑一

虛弦也若以相減卽虛差也

大差和小差和二數相倂卽大弦虛弦共也

二數相減卽中差虛差共也又半之倂

數卽爲極弦虛弦共也又爲高弦平弦共

又爲皇極勾股共也

大差差小差差二數相倂卽兩个皇極差又

爲大差弦內減小差弦也　二數相減而

半之卽是皇極弦上減圓徑也卽旁差

右大小差

大差差小差差虛差共爲一个通差　高平極三差共亦同上　明差叀差虛差共爲一个極差也　諸黃方面亦倣此

邊黃內減底黃即虛差　黃廣黃內減黃長黃即二虛差　高黃內減平黃即虛差蓋高黃即虛股平黃即虛勾也　大差黃內減小差黃即二虛差蓋大差黃即二明勾小差黃即二叀股也　明黃內減叀黃餘即虛差　叀弦上三差合成一个虛黃方

高差內減平差爲旁差　邊差內減底差亦同上　明差內減東差亦同上　大差差內減小差差爲二旁差　黃廣差內減黃長差亦同上

極雙差即明東二弦共　內加虛雙差即明東二和共　內減虛雙差即明雙差東雙差共也　內加旁差即極弦內少个虛弦旁差差（銳案於新設第三第四率則內加旁差即極弦內加个虛弦旁差差）內減旁差即虛和也　內加虛差即極

弦內少二重股　內減虛差則極弦內少二明勾也

極差內加旁差爲大差差　內減旁差爲小差差也　內加虛差即角差　內減虛差即次差也　倍極差爲大差差小差差共則倍旁差爲之較　倍極弦爲大差弦小差弦共倍極差爲之較　以極差爲明差平差共則以叜差爲之較　以極差爲高差重差共則以叜和爲之較　副置叜和

上加蔓差而半之卽旁差也下減蔓差而半之則虛差也　極差內減二之平差得蔓差　銳案於新設第一率則副置蔓和上加蔓差而半之卽虛差也下減蔓差而半之則旁差也二之平差內減極差得蔓差

角差內加旁差爲二高差　內減旁差卽二平差也　內加明叀二差倂而半之得極差　內減明叀二差而半之則虛差也

內加極差卽通差　內減極差則虛差也

以虛差減於明和爲明叀二股共　以虛差

加於叀和爲明叀二勾共也　又副置二和共上加次差而半之卽明叀二股共下減次差而半之卽明叀二勾共也　明叀二股共以高差爲較　明叀二勾共以平差爲較

以高差減明和卽虛弦　以平差加叀和亦同上　以高差減高股卽半徑　以平差加平勾亦同上　以高差減大差差卽明差　以平差減小差差卽叀差也　以高

差減大差卽高弦　以平差加小差卽平

弦也　二之平差內去虛差餘卽小差差

去二虛差卽兩个重差

高股卽半徑上股方差　平勾卽半徑上勾

方差　故高勾平股共爲全徑也　黃廣

股卽全徑上股方差　黃長勾卽全徑上

勾方差　故黃廣勾黃長股共數爲兩个

全徑也

邊弦內減底弦卽皇極差　邊股內減底股

卽高差又爲底弦內減大勾　邊勾內減底勾卽平差又爲大股內減邊弦也　大勾減底弦餘卽半徑爲勾之中差也　大股內減邊弦餘卽半徑爲股之中差也　邊股底勾相併卽大弦　若以相減卽通中差也

二高股一虛差合成一个股圓差　二平勾一虛差合成一个勾圓差（案）此兩條誤當云二明股一虛股合成一个股圓差　二重勾一虛勾合成一个勾圓差也○（鈞案）此有脫誤於今

問正數新設四率俱不合緊云云亦未必然葢安知非一高股一明股合成一个股圓差一平勾一叀勾合成一个勾圓差邪

明雙差亦爲明叀二大差其較則明差也

叀雙差亦爲明叀二小差其較則叀差也

明雙差內減明差卽虛黃　叀雙差上

加叀差亦同上　以明雙差加明和卽兩

明弦　以叀雙差加叀和則兩叀弦也

以明雙差減明和而半之卽明黃又爲虛

大差　以叀雙差減於叀和而半之卽叀

黃又爲虛小差也　以虛大差減明和即明弦　以虛小差減叀和即叀弦也　明雙差叀雙差叀雙差相較則次差也　明雙差叀雙差又相併加於明叀二和共則爲兩个極雙差　若以減於明叀二和共則爲兩个虛雙差也　明雙差上加虛雙差即明叀二股共　叀雙差上加虛雙差即明叀二勾共也

以明叀二股共爲明弦叀黃共則高差虛黃

共爲之較（案明弦與黃較）爲明大小差虛大小差共則明叀二股共內去兩个虛雙差爲之較也（案明大小差虛大小差之較）以明叀二勾共爲叀弦明黃共則以平差虛黃較爲之較（案叀弦明黃較）爲叀大小差虛大小差共則明叀二勾共內減兩个叀大小差爲之較也（案虛大小差叀大小差之較）明叀二和共內減旁差即二虛弦　虛弦內加旁差即明股叀勾共也

明和內去平差卽明股叀勾共　叀和上加高差亦同上也　明和內去高差卽虛弦　叀和上加平差亦同上　明弦內去高差卽虛勾　叀弦上加平差卽虛股也

明股內去叀股卽高差　去叀勾則極差也　明勾內去叀股卽虛差　去叀勾則平差也

明叀二股併內減虛弦卽明差　明叀二勾併減於虛弦卽叀差

明東二和共又為明東二弦共與明東二黃

共數也　其較則明雙差東雙差共數也

其明東二和共數內減旁差卽二虛弦

也　若內減虛雙差卽明東二弦共也

極弦為高股平勾共則角差為之較　為高

弦東弦共則極差虛弦共為之較　為平

弦明弦共則極差虛弦較為之較也

極弦得極差為大差弦大差弦內減明和則

高弦內減虛大差也　內減極差則為小

差弦小差弦內減東和則是平弦內減虛小差也　又大差弦內減明和與高股共餘則爲虛勾不及明勾數（銳案內減當作減於於新設第一率則大差弦卽明和與高股共虛勾卽明勾）小差弦內減東和與平勾共餘則爲東股不及虛股數也

右諸差

邊勾邊股差又爲皇極差與高差共也又爲邊弦內去大勾也　邊勾邊弦共又爲大勾邊股共　邊勾邊弦較又爲大差弦內

減半徑也　邊股邊弦較又爲東弦上股

弦和

底勾底股差又爲皇極差平差共又爲大股

內去底弦又爲高股內去底小差　底勾

底弦共爲大弦內少个底股大勾差銳案於新

設第一率則底勾底弦共爲大弦內加个底股大勾差　底勾底弦

較又爲明弦上勾弦和　底股底弦共與

邊勾邊弦共同　底股底弦較又爲底勾

內少小差股也

邊股內減高弦餘則高股　內減大差弦餘則明勾　內減底弦卽底股內減大勾也又爲高弦內減底勾也鋭案於新設第一率則減於底弦卽大勾內減底股也又爲底勾內減高弦也

底勾內減平弦餘卽平勾　內減小差弦餘卽重股　以底勾減於邊弦餘卽大股內減邊勾也又爲邊股內減平弦也

邊弦內減底股與底弦內減邊勾同爲皇極弦內減半徑也

皇極勾內減明勾餘卽平勾也若減東勾卽半徑也倍之則爲底勾明勾共　皇極股內減東股餘卽高股也若減明股餘卽半徑也倍之則爲邊股東股共也

明股得虛股卽高股　明勾得虛勾卽半徑

東股得虛股卽半徑　東勾得虛勾卽平勾也　高弦內減高股卽東股　平弦內減平勾卽明勾也　明弦內減明差卽虛股　東弦內加東差卽虛勾也　高股

卽虛明二股共　平勾卽虛重二勾共也

明弦明勾併數與高股同　重弦重股

併數與平勾同也

明股重勾相併減於極弦卽虛和叉爲極黃

虛黃共也

明重二弦併　內減重雙差卽明重二股併

內減明雙差卽明重二勾併　內加虛

弦卽極弦　內減虛弦卽明大差重小差

併也

以明和爲明弦明黃共則明雙差爲之較

以叀和爲叀弦叀黃共則叀雙差爲之較

也　明和又爲高差虛弦共又爲極差與

明叀二勾共數　叀和又爲平差少於虛

弦數又爲極差少於明叀二股數

半之三事和內加半黃方卽勾股共　若減

之則弦也　半圓徑內加半虛黃卽虛和

減半虛黃卽虛弦也　又以半虛黃加

明和卽高股以半虛黃加叀和卽平勾也

加明股則明弦　加重勾則重弦也　以
減明勾則明黃　減重股則重黃也　以
虛黃加明黃則為虛股　以加重黃則虛
勾也

右諸率互見

高弦重弦共為極弦其差卽虛弦極差共也
高股重股共為高弦其差卽虛股高差
共也　高勾重勾共為平弦其差卽半徑
內減重勾也　高和重和共為極和其差

卽極和內少二叀和也　高差叀差共爲極差共差卽虛差旁差共也　高黃叀黃共爲虛弦共差卽叀黃不及虛股數也高黃卽虛股　高大差叀大差共卽明弦共差卽半虛黃不及明股數也此高大差卽明股此叀大差卽半虛黃也　高小差卽叀股叀小差共卽叀弦共差卽叀小差不及叀股數也　明平二弦共亦爲極弦共較卽虛弦不及極差數也銳案於新設第一率則其較卽極差不及虛弦

數也　明平二股共亦爲高弦其較即明股內減半徑也（銳案於新設第一率則其較即半徑內減明股也）　明平二勾共亦爲平弦其較即平差內去虛勾也（銳案於新設第一率則其較即虛勾內去平差也）　明平二和共亦爲極和其較則極和內少二之平和也（銳案於新設第一率則其較即二之平和內少極和也）　明平二差共亦爲極差其較即虛差不及旁差數也（銳案於新設第一率則其較即旁差不及虛差數也）　明平二黃共亦爲虛弦其較則虛勾（案虛勾即平黃）不

及明黃數也（銳案）於新設第一率則其較卽明黃不及虛勾數也

明平二大差共亦爲明弦其較卽明勾不及明大差數也平大差卽明勾○（銳案）於新設第一率則其較卽明大差不及明勾數也

明平二小差共亦爲叀弦其較則叀勾不及半虛黃數也（銳案）於新設第一率則其較卽半虛黃不及叀勾數也

此明小差卽半虛黃此平小差卽叀勾

右四位相套

邊弦　自減其股爲平勾　自減其勾爲明

股明弦併　減於通弦餘平弦　減於通股餘平差　丙減通勾餘邊差　丙減底弦餘極差　丙減底股爲半徑旁差共又爲極弦內少半徑　內減底勾卽大股內去邊勾也　丙減黃廣弦餘東弦　丙減黃廣股卽小差股內去平差　丙減黃廣勾卽大差內去平差　丙減黃長弦又得黃長弦（案此條誤○鋭案此數偶合於新設四率俱不通）　丙減黃長股與丙減黃廣勾同　丙減黃長勾

即大股內去極勾虛勾共　內減皇極弦餘高弦

底弦　自減其股爲東勾東弦併　自減其勾爲高股　減於通弦餘高弦　減於通股餘底差　內減通勾餘高差　減於邊弦餘極差　減於邊股即底差內去半徑

（銳案）於新設第一率則內減邊股即半徑內去底差

內減邊勾即高差平勾共　減於黃廣弦餘爲明大差東小差併（案）此條亦係數偶合○（銳案）此數偶合於新設四率俱不通

減於黃廣股卽底差內去小差股〔銳案〕於新設第一率則內減黃廣股則小差股內去底差　內減黃廣勾卽一个明弦一个黃長股弦較　內減黃長弦餘明弦　內減黃長股與內減黃廣勾同　內減黃長勾餘爲高股明勾共〔銳案〕舊本作內減黃長勾餘虛弦明股共於今問正數新設四率俱不合蓋有脫誤　內減極弦爲平弦　減於邊股又爲底股內去大勾〔銳案〕於新設第一率則內減邊股又爲大勾內去底勾

高差平差共又爲平勾高股差　以半徑減

高股卽高差　半徑內減平勾卽平差
明勾內減叀勾與平差同　明股內減叀
股與高差同　股圓差內減極股卽高差
也　勾圓差減於極勾卽平差也　正股
內去邊弦卽平差也　底弦內去正勾卽
高差也　大差勾內去極勾卽平差也
極股內去小差股卽高差也　極差內去
叀差卽高差也內去明差卽平差也
旁差卽城徑極弦較也又爲明差叀差較又

爲高差平差較　極差得之爲大差差也

去之則爲小差差也

又高差平差下、　明和內去虛弦卽高差

虛弦內去叀和卽平差

大差弦內加虛差卽黃廣股　小差弦內減

虛差卽黃長勾

通差內去高差卽底差　內去平差卽邊差

也

虛大差得二虛勾卽勾圓差之股　虛小差

得二虛股卽股圓差之勾也

明段弦較較卽虛股也　東段弦較共卽虛

勾也

半虛黃　東勾得之卽東弦也減於此數卽

虛黃內去東弦也（銳案於新設第一率則內減此數卽東弦內去

虛黃也　東股得之卽虛勾也去之卽東黃

方也　東弦得之卽平勾內去東黃也去

之則東勾也　明勾內得之卽虛股也去

之卽明黃方也　明股得之卽明弦也去

之卽明弦內去个虛黃方也　明弦得之卽高股內去明黃也去之卽明股也

右拾遺

案識別雜記約五百條皆隨時錄其所得未經審定者故難易淺深不拘先後要皆精思妙義足以開示數理之蘊奧者徐光啟亟傳新法而於勾股義中獨推是書其必有所見矣

銳案右雜紀數百條乃是書之綱領非

此不能立算然其中亦有止合今問正數而於它率不通者案卷第十一第十一問草曰此問所求城徑與諸問並同其勾股則與前後諸率不同今特爲此草者欲使後學有以考較諸率當否也今據卷第八第十五問法所稱勾股各率依總率名號新設四率於後以考較之其勾八股十五之率卽今問正數所用故不具

新設第一率

通弦六百　勾三百六十　股四百八十

勾股和八百四十較一百二十

勾弦和九百六十較二百四十

股弦和一千〇八十較一百二十

弦較和七百二十較四百八十

弦和和一千四百四十較二百四十

邊弦四百五十　勾二百七十　股三百六十

勾股和六百三十較九十

勾弦和七百二十較一百八十

股弦和八百一十較九十

弦較和五百四十較三百六十

弦和和一千〇八十較一百八十

底弦四百黃廣弦同　勾二百四十　股

三百二十

勾股和五百六十較八十

勾弦和六百四十較一百六十

股弦和七百二十較八十

弦較和四百八十較三百二十

弦和和九百六十較一百六十

黃長弦三百大差弦同　勾一百八十

股二百四十

勾股和四百二十較六十

勾弦和四百八十較一百二十

股弦和五百四十較六十

弦較和三百六十較二百四十

弦和和七百二十較一百二十
高弦二百小差弦同　勾一百二十　股
一百六十
勾股和二百八十較四十
勾弦和三百二十較八十
股弦和三百六十較四十
弦較和二百四十較一百六十
弦和和四百八十較八十
平弦一百五十　勾九十　股一百二十

勾股和二百一十較三十

勾弦和二百四十較六十

股弦和二百七十較三十

弦較和一百八十較一百二十

弦和和三百六十較六十

皇極弦二百五十　勾一百五十　股二百

勾股和三百五十較五十

勾弦和四百較一百

股弦和四百五十較五十

弦較和三百較二百

弦和和六百較一百

太虛弦一百明弦同　勾六十　股八十

勾股和一百四十較二十

勾弦和一百六十較四十

股弦和一百八十較二十

弦較和一百二十較八十

弦和和二百四十較四十

直弦五十　勾三十　股四十

勾股和七十較一十

勾弦和八十較二十

股弦和九十較一十

弦較和六十較四十

弦和和一百二十較二十

新設第二率

通弦七百八十　勾三百　股七百二十

勾股和一千〇二十較四百二十

勾弦和一千〇八十較四百八十

股弦和一千五百較六十

弦較和一千二百較三百六十

弦和和一千八百較二百四十

邊弦六百五十　勾二百五十　股六百

勾股和八百五十較三百五十

勾弦和九百較四百

股弦和一千二百五十較五十

弦較和一千較三百

弦和和一千五百較二百

底弦四百六十八　勾一百八十　股四百三十二

勾股和六百一十二較二百五十二

勾弦和六百四十八較二百八十八

股弦和九百較三十六

弦較和七百二十較二百一十六

弦和和一千〇八十較一百四十四

黃廣弦六百二十四　勾二百四十　股

五百七十六

勾股和八百一十六較三百三十六

勾弦和八百六十四較三百八十四

股弦和一千二百較四十八

弦較和九百六十較二百八十八

弦和和一千四百四十較一百九十二

黃長弦二百六十　勾一百　股二百四

十

勾股和三百四十較一百四十

勾弦和三百六十較一百六十

股弦和五百較二十

弦較和四百較一百二十

弦和和六百較八十

高弦三百一十二　勾一百二十　股二百八十八

勾股和四百〇八較一百六十八

勾弦和四百三十二較一百九十二

股弦和六百較二十四

弦較和四百八十較一百四十四

弦和和七百二十較九十六

平弦一百三十　勾五十　股一百二十

勾股和一百七十較七十

勾弦和一百八十較八十

股弦和二百五十較一十

弦較和二百較六十

弦和和三百較四十

大差弦五百二十　勾二百　股四百八

十
勾股和六百八十較二百八十
勾弦和七百二十較三百二十
股弦和一千較四十
弦較和八百較二百四十
弦和和一千二百較一百六十
小差弦一百五十六　勾六十　股一百
四十四
勾股和二百〇四較八十四

勾弦和二百一十六較九十六

股弦和三百較一十二

弦較和二百四十較七十二

弦和和三百六十較四十八

皇極弦三百三十八　勾一百三十　股三百一十二

勾股和四百四十二較一百八十二

勾弦和四百六十八較二百〇八

股弦和六百五十較二十六

弦較和五百二十較一百五十六

弦和和七百八十較一百〇四

太虛弦一百〇四　勾四十　股九十六

勾股和一百三十六較五十六

勾弦和一百四十四較六十四

股弦和二百較八

弦較和一百六十較四十八

弦和和二百四十較三十二

明弦二百〇八　勾八十　股一百九十

二

勾股和二百七十二較一百一十二

勾弦和二百八十八較一百二十八

股弦和四百較一十六

弦較和三百二十較九十六

弦和和四百八十較六十四

東弦二十六　勾一十　股二十四

勾股和三十四較一十四

勾弦和三十六較一十六

股弦和五十較二

弦較和四十較一十二

弦和和六十較八

以上二率城徑與今問正數同

新設第三率

通弦一千四百　勾三百九十二　股一千三百四十四

勾股和一千七百三十六較九百五十二

勾弦和一千七百九十二較一千〇〇

八

股弦和二千七百四十四較五十六

弦較和二千三百五十二較四百四十

八

弦和和三千一百三十六較三百三十

六

邊弦一千二百二十五　勾三百四十三

股一千一百七十六

勾股和一千五百一十九較八百三十

三

勾弦和一千五百六十八較八百八十

二

股弦和二千四百〇一較四十九

弦較和二千〇五十八較三百九十二

弦和和二千七百四十四較二百九十

四

底弦八百　勾二百二十四　股七百六

十八
勾股和九百九十二較五百四十四
勾弦和一千〇二十四較五百七十六
股弦和一千五百六十八較三十二
弦較和一千三百四十四較二百五十
六
弦和和一千七百九十二較一百九十
二
黃廣弦一千二百　勾三百三十六　股

一千一百五十二
勾股和一千四百八十八較八百一十
六
勾弦和一千五百三十六較八百六十
四
股弦和二千三百五十二較四十八
弦較和二千〇一十六較三百八十四
弦和和二千六百八十八較二百八十
八

黄長弦三百五十　勾九十八　股三百三十六

勾股和四百三十四較二百三十八

勾弦和四百四十八較二百五十二

股弦和六百八十六較一十四

弦較和五百八十八較一百一十二

弦和和七百八十四較八十四

高弦六百　勾一百六十八　股五百七十六

勾股和七百四十四較四百○八
勾弦和七百六十八較四百三十二
股弦和一千一百七十六較二十四
弦較和一千○○八較一百九十二
弦和和一千三百四十四較一百四十
四
平弦一百七十五　勾四十九　股一百
六十八
勾股和二百一十七較一百一十九

勾弦和二百二十四較一百二十六

股弦和三百四十三較七

弦較和二百九十四較五十六

弦和和三百九十二較四十二

大差弦一千〇五十　勾二百九十四

股一千〇〇八

勾股和一千三百〇二較七百一十四

勾弦和一千三百四十四較七百五十

六

股弦和二千〇五十八較四十二

弦較和一千七百六十四較三百三十

六

弦和和二千三百五十二較二百五十

二

小差弦二百　勾五十六　股一百九十

二

勾股和二百四十八較一百三十六

勾弦和二百五十六較一百四十四

股弦和三百九十二較八

弦較和三百三十六較六十四

弦和和四百四十八較四十八

皇極弦六百二十五　勾一百七十五

股六百

勾股和七百七十五較四百二十五

勾弦和八百較四百五十

股弦和一千二百二十五較二十五

弦較和一千〇五十較二百

弦和和一千四百較一百五十

太虛弦一百五十　勾四十二　股一百
四十四

勾股和一百八十六較一百〇二

勾弦和一百九十二較一百〇八

股弦和二百九十四較六

弦較和二百五十二較四十八

弦和和三百三十六較三十六

明弦四百五十　勾一百二十六　股四

百三十二

勾股和五百五十八較三百〇六

勾弦和五百七十六較三百二十四

股弦和八百八十二較一十八

弦較和七百五十六較一百四十四

弦和和一千〇〇八較一百〇八

重弦二十五　勾七　股二十四

勾股和三十一較一十七

勾弦和三十二較一十八

股弦和四十九較一

弦較和四十二較八

弦和和五十六較六

新設第四率

通弦三千六百九十　勾八百一十　股三千六百

勾股和四千四百一十較二千七百九十

勾弦和四千五百較二千八百八十

股弦和七千二百九十較九十
弦較和六千四百八十較九百
弦和和八千一百較七百二十
邊弦三千三百二十一　勾七百二十九
股三千二百四十
勾股和三千九百六十九較二千五百
一十一
勾弦和四千〇五十較二千五百九十
二

股弦和六千五百六十一較八十一

弦較和五千八百三十二較八百一十

弦和和七千二百九十較六百四十八

底弦二千〇五十　勾四百五十　股二千

勾股和二千四百五十較一千五百五十

勾弦和二千五百較一千六百

股弦和四千〇五十較五十

弦較和三千六百較五百

弦和和四千五百較四百

黃廣弦三千二百八十　勾七百二十

股三千二百

勾股和三千九百二十較二千四百八十

勾弦和四千較二千五百六十

股弦和六千四百八十較八十

弦較和五千七百六十較八百

弦和和七千二百較六百四十
黃長弦七百三十八　勾一百六十二
股七百二十
勾股和八百八十二較五百五十八
勾弦和九百較五百七十六
股弦和一千四百五十八較一十八
弦較和一千二百九十六較一百八十
弦和和一千六百二十較一百四十四
高弦一千六百四十　勾三百六十　股

一千六百
勾股和一千九百六十較一千二百四
十
勾弦和二千較一千二百八十
股弦和三千二百四十較四十
弦較和二千八百八十較四百
弦和和三千六百較三百二十
平弦三百六十九　勾八十一　股三百
六十

勾股和四百四十一較二百七十九

勾弦和四百五十較二百八十八

股弦和七百二十九較九

弦較和六百四十八較九十

弦和和八百一十較七十二

大差弦二千九百五十二　勾六百四十

八　股二千八百八十

勾股和三千五百二十八較二千二百

三十二

勾弦和三千六百較二千三百〇四

股弦和五千八百三十二較七十二

弦較和五千一百八十四較七百二十

弦和和六千四百八十較五百七十六

小差弦四百一十　勾九十　股四百

勾股和四百九十較三百一十

勾弦和五百較三百二十

股弦和八百一十較一十

弦較和七百二十較一百

弦和和九百較八十

皇極弦一千六百八十一　勾三百六十

九　股一千六百四十

勾股和二千〇〇九較一千二百七十

一

勾弦和二千〇五十較一千三百一十

二

股弦和三千三百二十一較四十一

弦較和二千九百五十二較四百一十

弦和和三千六百九十較三百二十八

太虛弦三百二十八　勾七十二　股三百二十

勾股和三百九十二較二百四十八

勾弦和四百較二百五十六

股弦和六百四十八較八

弦較和五百七十六較八十

弦和和七百二十較六十四

明弦一千三百一十二　勾二百八十八

股一千二百八十

勾股和一千五百六十八較九百九十

二

勾弦和一千六百較一千〇二十四

股弦和二千五百九十二較三十二

弦較和二千三百〇四較三百二十

弦和和二千八百八十較二百五十六

重弦四十一　勾九　股四十

勾股和四十九較三十一

勾弦和五十較三十二

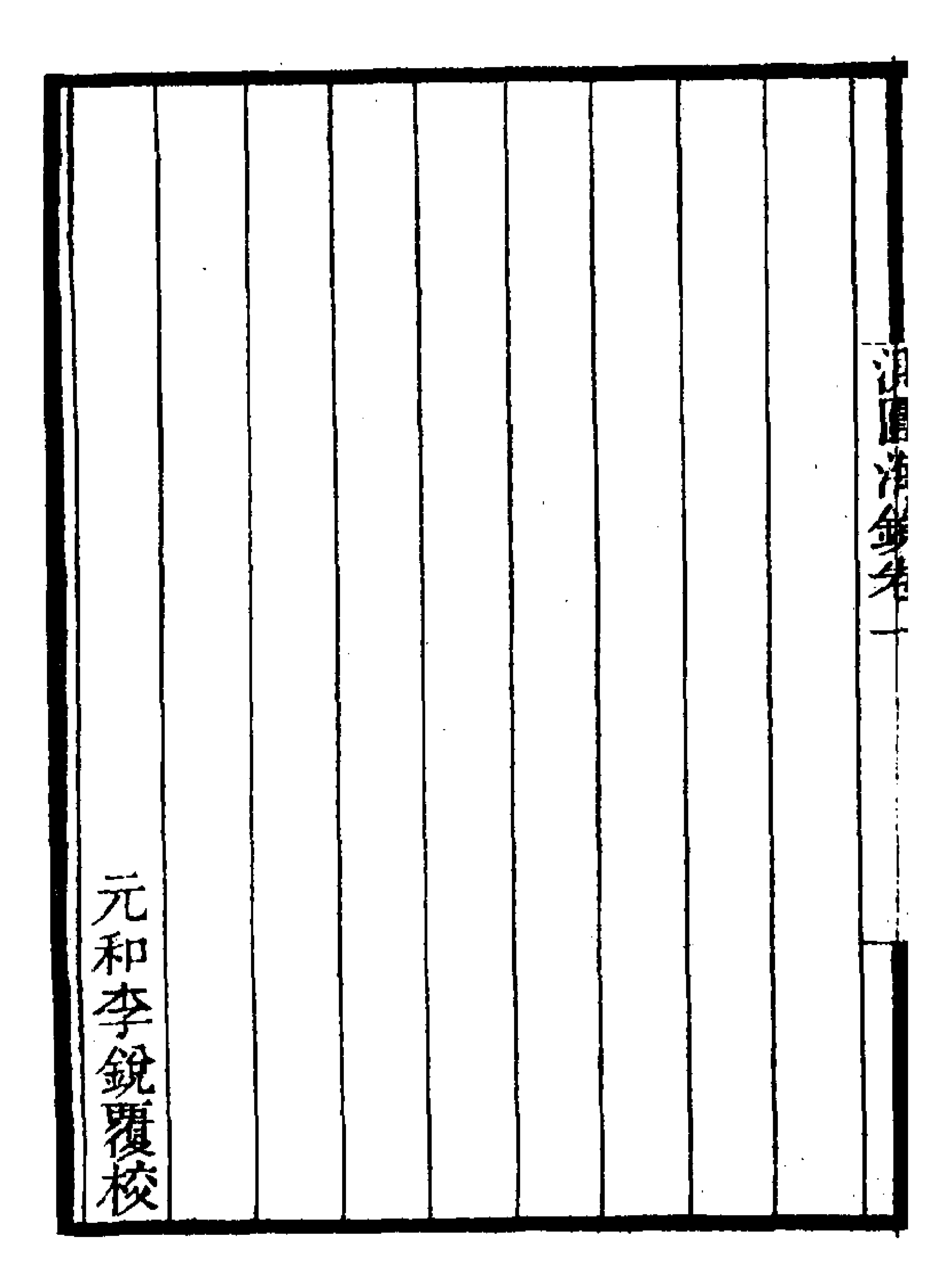
股弦和八十一較一

弦較和七十二較一十

弦和和九十較八

以上二率城徑與今問正數不同

敬齋先生測圓海鏡細草卷第一



元和李銳覆校